BAC 1995 SESSION DE CONTROLE

EXERCICE 1

On concidère dans un plan orienté ,un triangle équilatéral ABC de sens direct. On désigne par I et J les minlieux respectifs de [AB] et [AC] et par D le symetrique de A par rapport à C.

1/ Soit f l'antideplacement de P tel que :f(C) = A et f(A) = B
Montrer que f est une symetrie glissante dont on déterminera l'axe et le vecteur

2/ Soit g la similitude directe telle que :g(B) = D et g(I) = C
Montrer que g(A)=A et determiner les élements caracteristiques de g

3/ Soit Ω le point définie par $\overrightarrow{\Omega A} + 2\overrightarrow{\Omega I} = \vec{0}$.

a- Justifier que $f \circ g$ est une similitude indirecte.

b- Determiner $(f \circ g)(I)$ et $(f \circ g)(A)$.

c- Verifier que $\overrightarrow{\Omega B} + 2\overrightarrow{\Omega A} = \vec{0}$. En deduire que $(f \circ g)(\Omega) = \Omega$.

4/a) Determiner le rapport de la similitude $(f \circ g)$

b) Montrer que l'axe de la similitude $(f \circ g)$ est la perpendiculaire en Ω à (AB).

EXERCICE 2

HORS PROGRAMME

PROBLEME

I- Soit f la fonction définie sur $[0,1]$ par :

$$f(x)=\frac{-x\text{Log}x}{1+x^2} \quad \text{si } x \in]0,1] \quad \text{et} \quad f(0)=0$$

On se propose dans cette partie de faire l'étude de f et de tracer sa courbe (C) dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (on prondra 6 cm pour unité de longueur).

1) Soit φ la fonction définie sur $]0,1[$ par $\varphi(x) = \text{Log}x + \frac{1+x^2}{1-x^2}$

a- Etudier les variations de φ et préciser ses limites en 0 et en 1.

b- Montrer que l'équation $\varphi(x)=0$ admet une solution unique $\alpha \in]0,1[$ et que $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{3}$.

c- Donner le signe de $\varphi(x)$ pour $x \in]0,1[$.

2)a- Etudier la continuite et la dérivabilité de f en 0